Einführung und Möglichkeiten des GTR

1 Einführung in den GTR

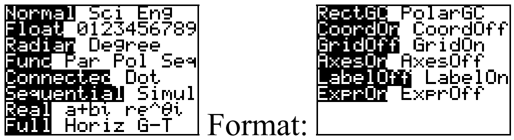
1 Besondere Tasten

{ Zeichen entfernen
y { Zeichen einfügen (INS)
É Anschalten; Berechnung abbrechen
Ì Vorzeichen-Minus
¹ Subtraktions-Minus
¿ Store (speichern nach) Kurz: →

y } dunkler
y † heller
y Í Letzte Eingabe (ENTRY)
y Ì Letztes Ergebnis (ANS)
y z Zurück zum Hauptbildschirm (QUIT)
‘ Löscht Zeile, Bildschirm, ...
y À Í Löscht Gezeichnetes

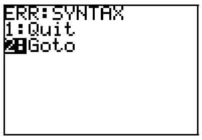
2 Reset
y Ã ¬ ~ ~ À Á
Anschließend muss eventuell der Kontrast angepasst werden: y } ...

3 Normale Rechnereinstellungen
z
y q (FORMAT)

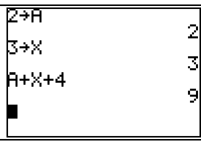
Mode:


Format:

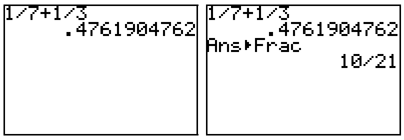
4 Bei Fehlern



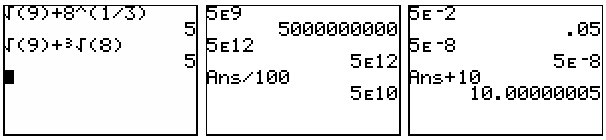
5 Rechnen mit Variablen
Á ¿ ƒ Í
Â ¿ „ Í
ƒ Ã „ Ã ¶ Í



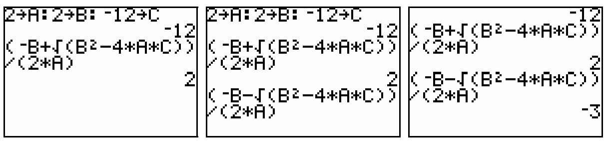
6 Bruchrechnen $\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=\frac{10}{21}$
Bild1: À ¥ ¬ Ã À ¥ Â Í
Bild2: À Í



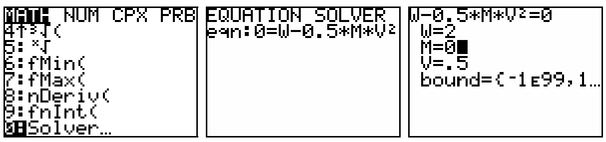
7 Wurzeln: y ¡ ® ¤ Ã ¶ – ¤ Í
$\sqrt{9}+\sqrt[3]{8}=5$
Große Zahlen: · y ¢ ® Í $=5\cdot 10^9$
Kleine positive Zahlen: $5E{-}2 = 5\cdot 10^{-2}$



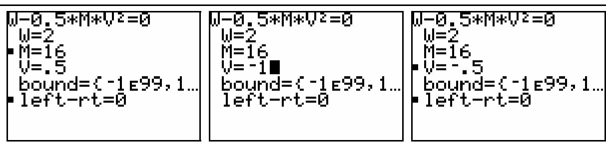
8 Quadratische Gleichung $2x^2+2x-12=0$
Bild1: 2→A:2→B: –12→C ... („:“ trennt Befehle)
$(-B+\sqrt{(B^2-4*A*C)})/(2*A)$
Liefert erste Lösung $x_1 = 2$.
y Í ... „+“ mit „-“ überschreiben
liefert zweite Lösung $x_2 = -3$



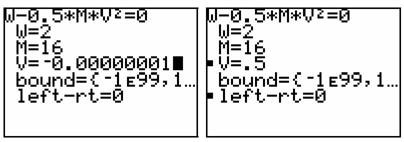
9 Mit dem SOLVER W = ½ mv²; 2 = ½ m·0,5²
_____ Ê, Formel eingeben
W = 2, v = 0,5 eingeben. **Nach m auflösen**:
Startwert m = 0 für m eingeben.



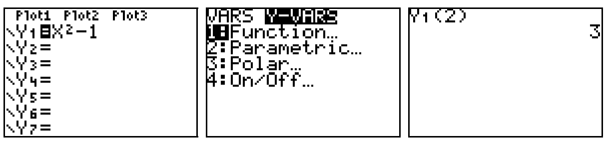
ƒ Í Liefert m = 16.
Nach v auflösen: v = –1 als Startwert liefert v = –0,5 und v = 1 liefert v = 0,5.



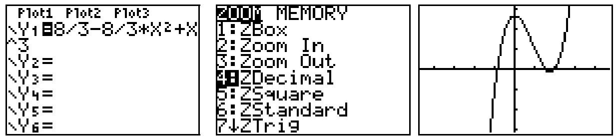
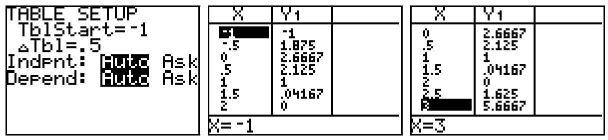
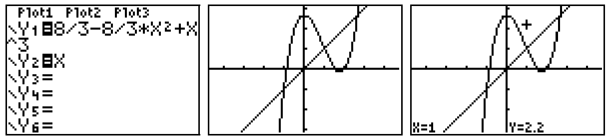
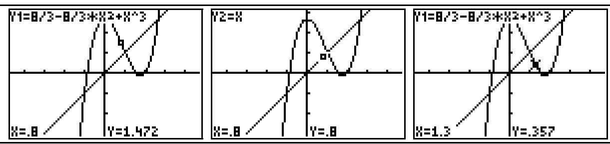
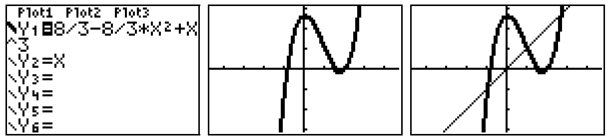
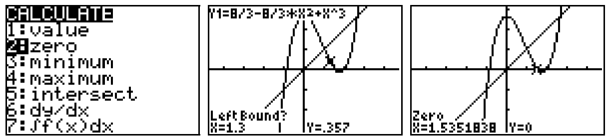
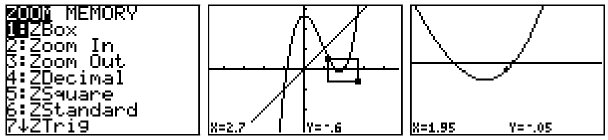
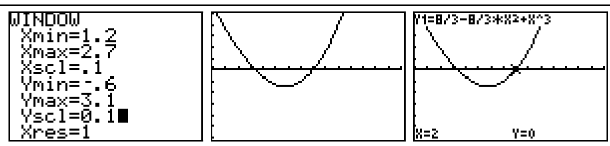
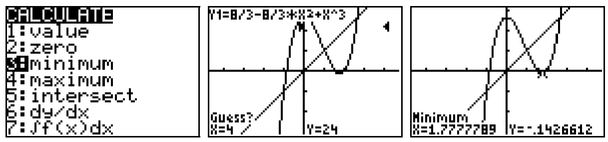
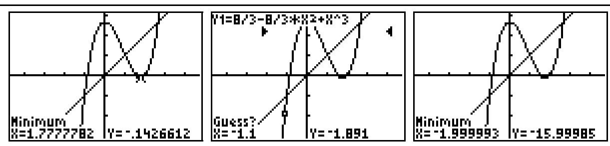
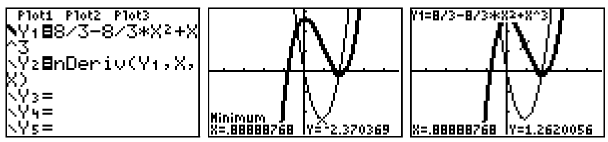
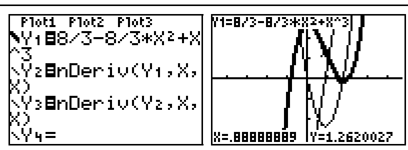
Der Startwert v = –0,00000001 führt ebenfalls zur positiven Lösung v = 0,5.
Solver nur bei eindeutigen Lösungen sinnvoll.
Alternative: Nullstelle einer Funktion



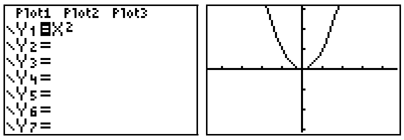
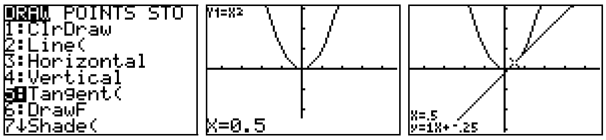
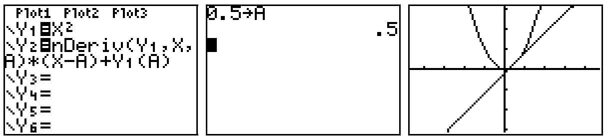
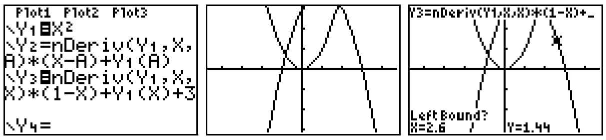
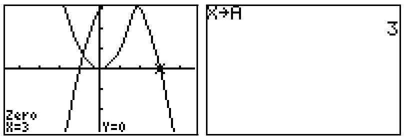
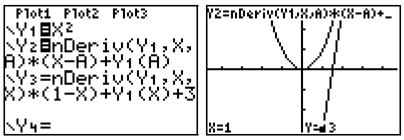
10 Funktionsvariablen, Anwendungsklammer
Bild1: o „ ¡ ¹ À
Bild2: ~ À À Liefert Y_1.
Bild3: Dann: £ Á ¤ Í . Liefert 3.



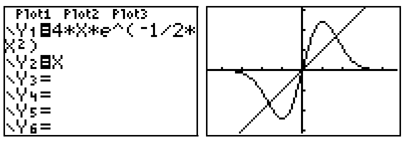
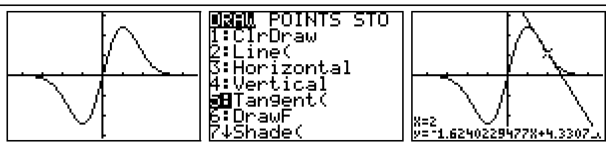
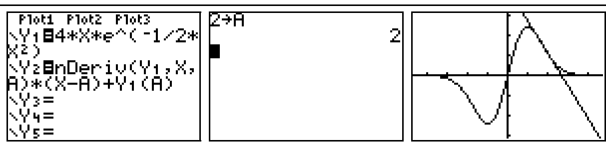
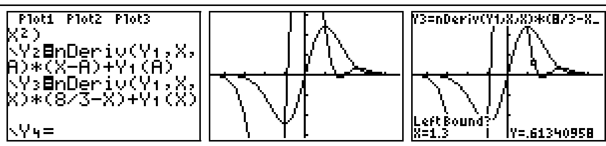
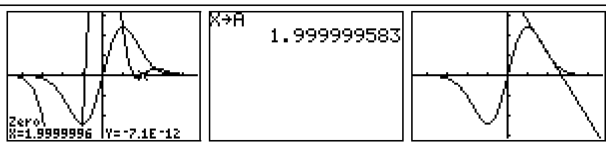
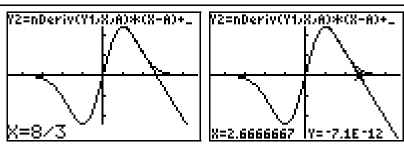
2 Kurvendiskussion

1	**Schaubild** von f mit $f(x)=\frac{8}{3}-\frac{8}{3}x^2+x^3$: Bild1: **o** Y_1= 8/3-8/3*X²+x^3 Bild2: **q** ¶ (Dezimale Schrittweite)	
2	**Wertetabelle** Bild1: **y** **p** … Bild2: **y** **s** … Bild3: **†** … (Nach unten)	
3	**Zwei Schaubilder f und y = x** Bild1: **o** Y_2= X Bild2: **s** Bild3: Richtungstasten (**|** **}** **~** **†**)	
4	**Punkte auf dem Schaubild** Bild1: **r** **~** bleibt auf der Kurve Bild2: **†** wechselt auf die andere Kurve, …	
5	**Ein Schaubild nicht zeichnen/fett zeichnen** **o** **Í** auf dem Gleichheitszeichen (nicht) **o** **Í** links vom Gleichheitszeichen (fett)	
6	**Nullstellen** von $f(x)=\frac{8}{3}-\frac{8}{3}x^2+x^3$: Bild1: **y** **r** **Á** Bild2: Schaubild wählen (**}** oder **†**) Bild3: Left? Right? Guess?	
7	**Zoom mit einer Box** Bild1: **q** **À** Bild 2: Richtungstasten; **Í** Eckpunkte festlegen und Auswahl bestätigen.	
8	**Window Einstellungen** Bild1: **p** … Bild3: Nach x = 2 springen: **r** **Á** **Í**	
9	**Minimum** Bild1: **y** **r** **Â** Bild2: Schaubild wählen (**}** oder **†**) Bild3: Left? x = 0 Right? x = 4 Guess? x = 4	
	Left? x = –2 Right? x = 4 Guess? x = 4 **Achtung:** Left? x = –2 Right? x = 4 Guess? x = –1,1	
10	**Wendepunkt mit Math – nDeriv** nDeriv(Term, Variable, Stelle) numer. Ableit. Erhält man über **−** Bild1: **o** Y_2=nDeriv(Y_1,X,X) Bild2: **y** **r** **Â** (von Y_2 bestimmen): Left? Right? Guess? Bild3: **}** liefert den Wendepunkt (von Y_1): x = 0,8889; y = 1,262	
	Alternativ mit der 2. Ableitung Bild1:Y_2=nDeriv(Y_1,X,X) Y_3=nDeriv(Y_2,X,X) Nullstelle von Y_3 bestimmen und Vorzeichenwechsel im Schaubild erkennen.	 Dauert event. lang. Notfalls mit **É** abbrechen.

3 Tangenten

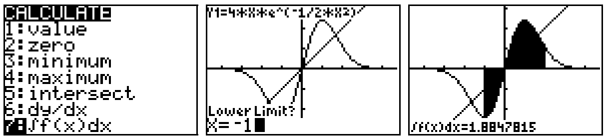
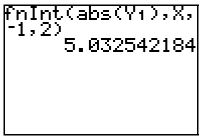
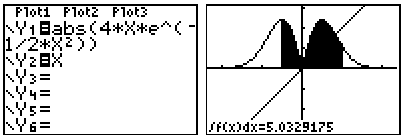
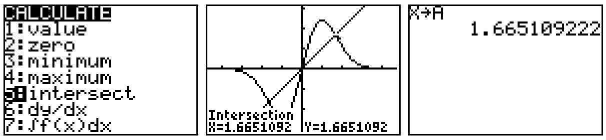
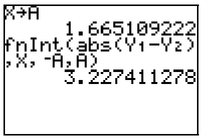
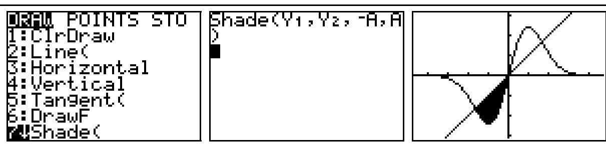
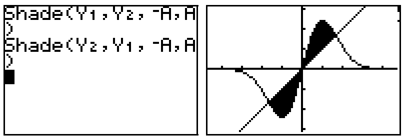
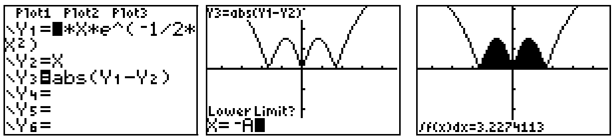
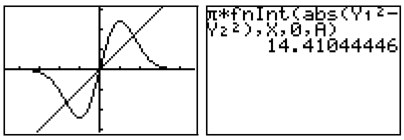
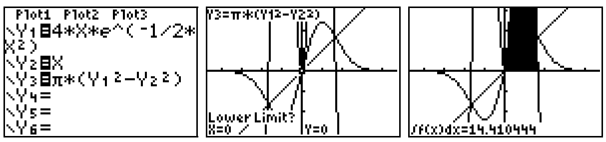
1	**Schaubild von f mit f(x) = x² zeichnen** Bild1: **o** $Y_1=X^2$ Bild2: **s**	
2	**Tangente in a = 0,5 zeichnen** Bild1: **y** **·** Bild2: Tangent – X = 0.5 … **í** Bild3: Liefert die Gleichung: y = x – 0,25	
3	**Tangente in a=0,5 zeichnen** Berührstelle a, Ansatz: y = f'(a)(x–a)+f(a). Bild1: **o** Y_2= … Bild2: 0,5→A Bild3: **s**	
4	**Tangente von P(1; –3) an das Schaubild** Berührstelle a, Ansatz: y = f'(a)(x–a)+f(a) Durch P: –3 = f'(a)(1–a)+f(a) nach a auflösen. **Als Nullstellen** von g mit g(a) = f'(a)(1–a)+f(a)+3 bestimmen: Y_3=nDeriv(Y_1,X,X)*(1–X)+Y_1(X)+3 **y** **r** **Á**…	 Tangente (Y_2) ist deaktiviert!
	Liefert das Ergebnis x = 3 **Ergebnis nach A abspeichern** Bild2: X→A	
	Geht Tangente durch P(1; –3)? Bild1: Tangente (Y_2) wieder aktivieren. Bild2: Mit **r** auf die Tangente gehen und **À** eintippen.	

4 Beispiel mit e-Funktion

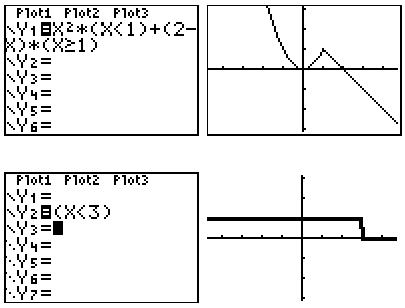
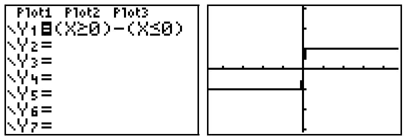
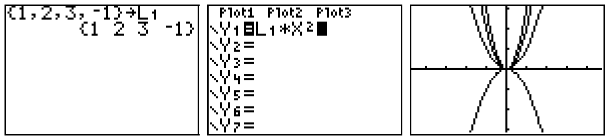
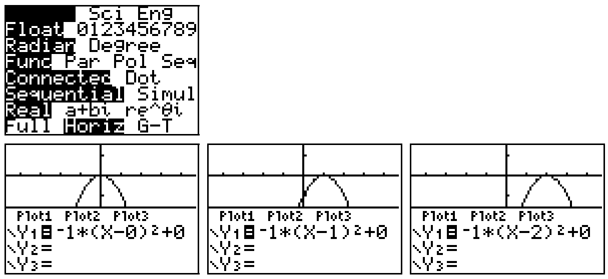
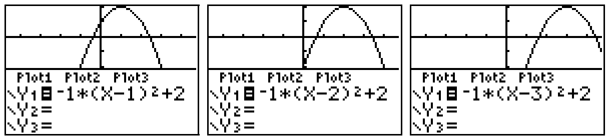
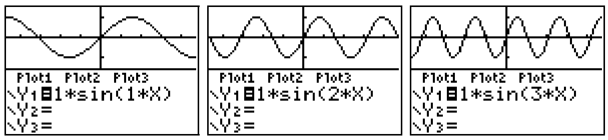
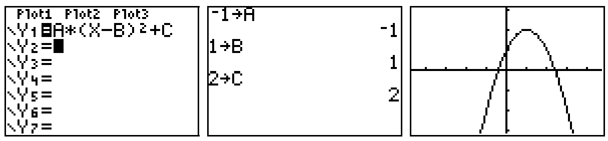
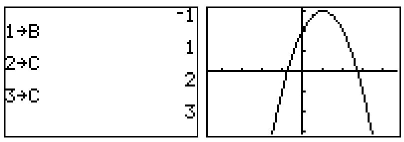
1	**Schaubild** Das Schaubild von $f(x) = 4xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ und das Schaubild von y = x	
2	**Tangente in a = 2 zeichnen** Bild2: **y** **·** … Liefert die Gleichung: y = –1,624·x + 4,33	
3	**Tangente in a = 2 zeichnen** Ansatz: y = f'(a)(x–a)+f(a) Y_3=…	
4	**Tangente von P(8/3; 0) an das Schaubild** Berührstelle a, Ansatz: y = f'(a)(x–a)+f(a) Durch P: 0 = f'(a)(8/3–a)+f(a) nach a auflösen	
	Liefert das Ergebnis x = 1,999... ≈ 2 **Ergebnis x nach A abspeichern** Bild2: X→A	
	Die Tangente geht durch P(8/3;0) In der Grafik mit **r** die Tangente aus-wählen. 8/3 eintippen liefert y ≈ 0	

Essich (Verändert nach einer Vorlage vom Seminar Freiburg)

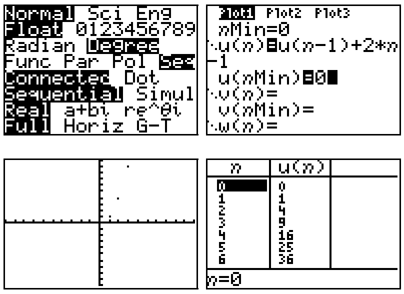
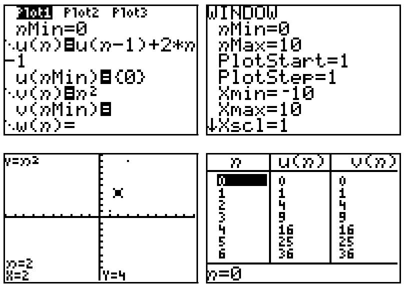
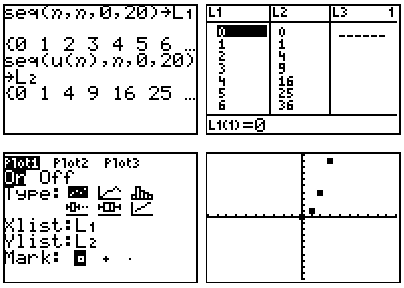
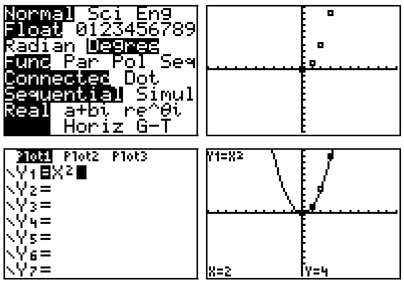
5 Integral

1	**Integral**: $f(x) = 4xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ bei Y_1 eintragen. y = x bei Y_2 eintragen. **Berechnung von** $\mathbf{I} = \int_{-1}^{2} f(x)dx$ **:** Bild1: **y r ¬** … Bild2: Lower Limit? Upper Limit?	
2	**Flächeninhalt**: $A=\int_{-1}^{2} \lvert f(x) \rvert dx$ Bild1: **® ~ À** … Beachte: fnInt(Term, Variable, xLinks, xRechts)	
	Mit Abs(...): Bild1: **o ~ À** … Bild2: **y r** …	
3	**Schnittpunkte zwischen f und g** Bild1: **y r ·** Bild2: First curve? Second curve? Guess? Bild3: X→A (ergibt Schnittstelle A=1,665)	
4	**Flächeninhalt zwischen f und g:** $\int_{-a}^{a} \lvert 4xe^{-\frac{1}{2}x^2} - x \rvert dx = 2 \cdot \int_{0}^{a} (4xe^{-\frac{1}{2}x^2} - x)\, dx$ Bild1: **® ~** … Man braucht keine Rücksicht zu nehmen.	
	Bild1: **y ¬** … Mit Shade wird der Bereich nur gezeichnet! shade (Term1, Term2, xLinks, xRechts)	
		
	Mit Y_3=Abs(Y_1-Y_2) kann man es über CALC berechnen.	
5	**Drehvolumen zwischen f und g** $V=\pi\int_{0}^{a} \lvert (4xe^{-\frac{1}{2}x^2})^2 - x^2 \rvert dx = \pi\int_{0}^{a} (4xe^{-\frac{1}{2}x^2})^2 - x^2\, dx$ Im Hauptbildschirm mit fnInt und abs.	
	Mit $Y_3=\pi \cdot abs(Y_1^2-Y_2^2) = \pi \cdot (Y_1^2-Y_2^2)$ kann man es mit CALC berechnen. Das zeigt noch einmal sehr schön, wie der Flächeninhalt unter Y_3 als Volumen zu deuten ist.	

6 Fallunterscheidung, Kurvenschar, Parabel, sin, cos strecken und verschieben

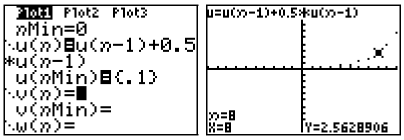
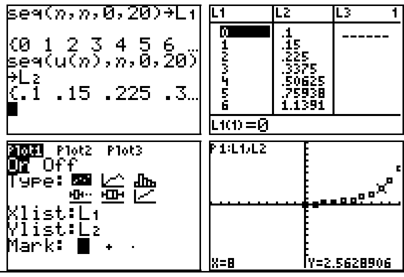
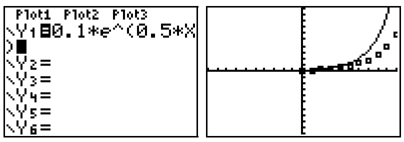
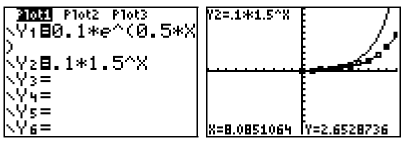
1	**Fallunterscheidung** $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{für } x<1 \\ -x+2, & \text{sonst.} \end{cases}$ < über 2nd – Test -< ... Man beachte: Die Aussage(form) X<1 wird vom GTR auch als Term (Rechenausdruck) akzeptiert: **(X<1)=1**, wenn die Aussage X<1 wahr ist. **(X<1)=0**, wenn die Aussage X<1 falsch ist. Das ermöglicht es, eine Fallunterscheidung mit * und + darzustellen. Teste: Y2=(X<3)	
2	**Signum-Funktion**	
3	**Kurvenschar y=tx²** {1,2,3,-1}→ 2nd – L_1 (Taste für Liste L_1!) Y1=L_1*X² - Graph	
4	**Kurvenschar bewegt, geteilter Bildschirm** Mode – Horiz (horizontale Teilung) $\boxed{\text{Y=}}$ - Term eingeben - Graph $\boxed{\text{Y=}}$ - Term ändern – Graph ...	
5	**Verschiebungen der Parabel** Y1= -1*(X-1)²+2 Y1= -1*(X-2)²+2, Graph Y1= -1*(X-3)²+2, Graph	
6	**Axiale Streckungen der Sinus-Funktion** f(x) = 1·sin(1·x); Periode =2π f(x) = 1·sin(2·x); Periode = f(x) = 1·sin(3·x); Periode =	
7	**Kurvenschar „bewegt“ mit A, B, C** Funktionsterm mit A, B, C (Alpha – A) schreiben, dann Werte speichern: -1 Sto→ A ; 1 Sto→ B, 2 Sto → C Graph	
	Wert von C ändern 3 Sto→ C – Graph – (2nd) Quit - ...	

7 Folgen und Listen

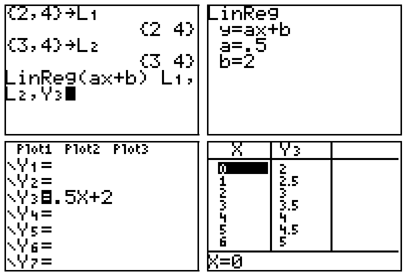
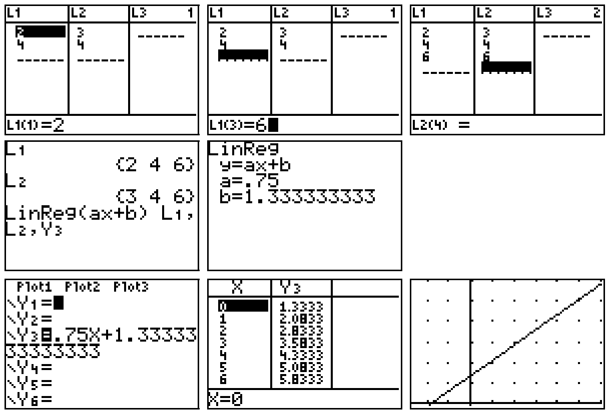
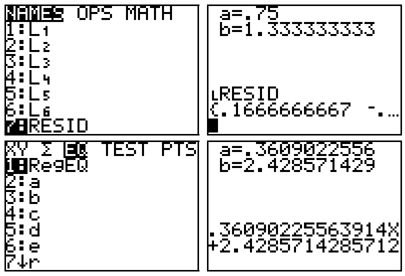
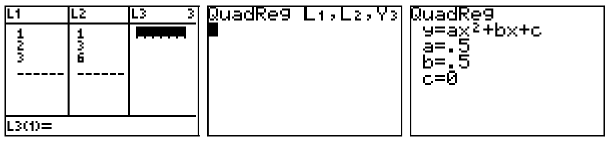
1	**Rekursive Folgen** a) Umschalten auf Folgen: 2nd-Mode-Seq b) Eine rekursive Folge darstellen: Y= ... $u(0)=0$; $u(n)=u(n-1)+2n-1$ für $n>1$. c) Graph, Trace, … d) 2nd – Table	
2	**Explizite Darstellung** a) Y= ... b) $v(n) = n^2$ c) Window anpassen: nMin, nMax, ... c) Graph, Trace, … d) 2nd – Table	
3	**Darstellung der Folge in einer Liste** a) Seq(Term, Variable, Anfang, Ende)→L_1 n-Werte nach L_1, u(n) nach L_2 b) Kontrolle: Stat – Edit L_1 ergibt die x-Werte, L2 die y-Werte. c) Stat Plot –Plot1 On ... d) Graph Mit 4 → dim(L_1) ... Länge der Liste anpassen. Mit Stat – ClrLst L_1 ... Liste löschen.	
	Übergang zu Funktionen So kann man Funktionen zusammen mit der Folge darstellen e) 2nd-Mode Func f) Graph g) Y1=x² ergänzen f) Graph, zeichnet Y_1 und Plot1.	

8 Differenzialgleichungen näherungsweise mit Folgen iterativ lösen

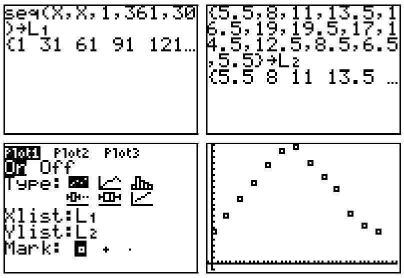
Beispiel: f'(x) = 0,5·f(x); Anfangswert: f(0) = 0,1

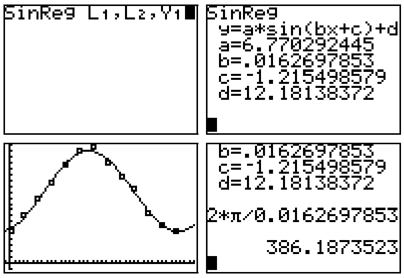
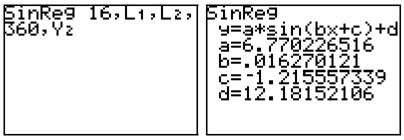
1	**Iterative Lösung der Differenzialgleichung** Die Ableitung wird näherungsweise durch den Differenzenquotienten ersetzt und nach f(x+Δx) aufgelöst: $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \approx 0{,}5 \cdot f(x)$ $\Leftrightarrow\ f(x+\Delta x) \approx f(x) + 0{,}5 \cdot f(x) \cdot \Delta x$	
2	**Darstellung als rekursive Folge** Mit natürlichen Zahlen und Δx=1: f(x+1)=f(x)+ 0,5·f(x)·1; Anfangswert f(0)=0,1 Als Folge im GTR: u(n)=u(n-1)+0,5·u(n-1) mit u(0)=0,1. a) 2nd- Mode - Seq b) Y= … c) Graph, Trace, …	
3	**Punkte nach L_1, L_2 übertragen und Darstellung in Listen** a) Seq(Term, Variable, Anfang, Ende)→L_1 n-Werte nach L_1, u(n) nach L_2 b) Stat-Edit c) Stat Plot - On d) Graph, Trace	
4	**Vergleich mit einer Lösung f(x) = $0{,}1 \cdot e^{0{,}5 \cdot x}$** a) 2^{nd} – Mode – Func ; Y_1= … b) Graph, Trace, … Die Punkte aus der Näherungslösung sind zu niedrig, weil die Ableitung an der Stelle x für das Intervall bis x+1 näherungsweise angenommen wurde.	
5	**Exponentielle Regression $y=ab^x$** Die Punkte der Listen L_1, L_2 werden durch eine Exponentialfunktion angenähert. a) Stat – Calc – ExpReg L_1, L_2, Y_2 Liefert $Y_2 = 0{,}1 \cdot 1{,}5^x = 0{,}1 \cdot e^{0{,}405 \cdot x}$. Wegen ln(1,5)=0,405...	
	b) Y= ... Der Term ist bei Y_2 zu finden c) Graph, Trace zeigen: Y_2 wurde vom GTR durch die Punkte in L_1, L_2 gelegt. Die Näherungslösung ist mit dem Faktor 0,405 im Exponent in der Nähe der exakten Lösung mit dem Faktor 0,5 im Exponent.	

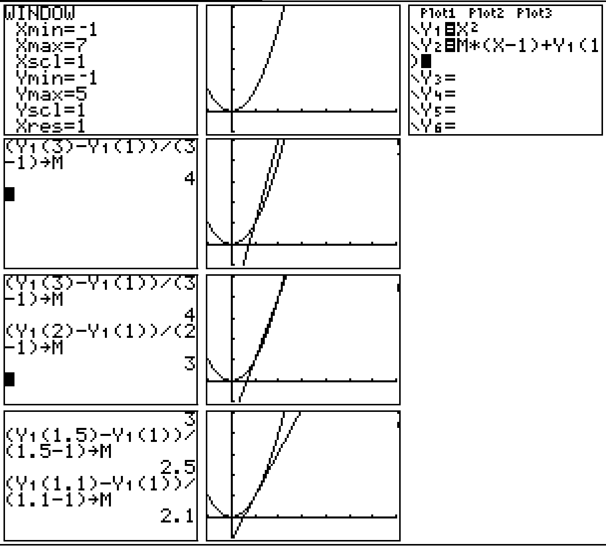
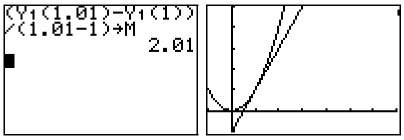
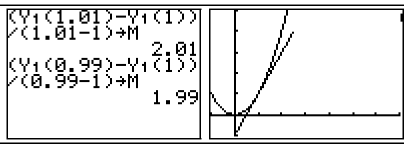
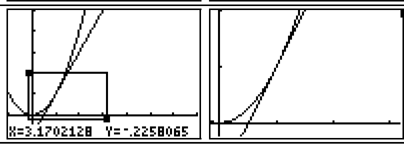
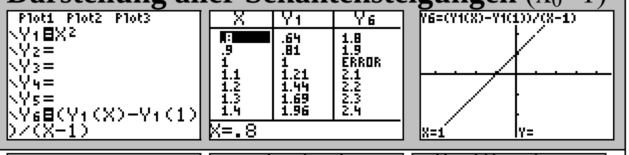
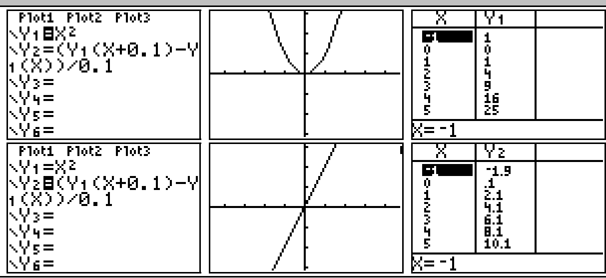
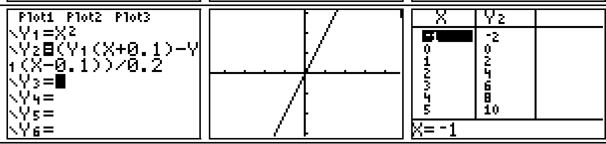
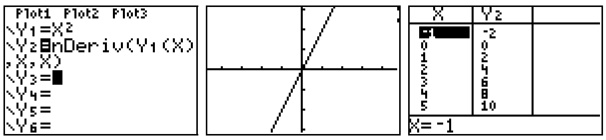
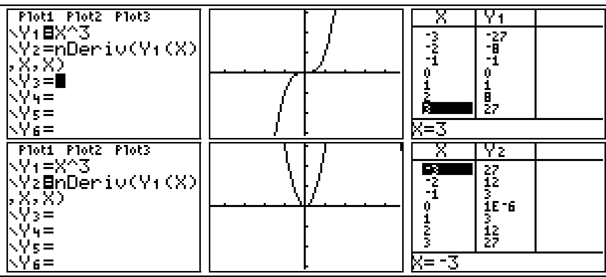
9 Regression

1	**Lineare Funktion** **durch zwei Punkte P(2; 3), Q(4; 4)** x-Werte nach L1 (X-Liste) y-Werte nach L2 (Y-Liste) Stat – Calc –Linreg(ax+b) L1, L2, Y3 Liefert Ergebnis a, b und Term in Y3 Kontrolle mit der Tabelle	
2	**Listen Anzeigen** Stat –Edit Elemente hinzufügen Stat – Calc –Linreg(ax+b) L1, L2, Y3 Liefert eine Regressionsgerade (Ausgleichsgerade) Y3 enthält die Gleichung.	
	2nd – List – RESID (Residuen) Liefert die Differenzen zu den Sollwerten. Wenn alle Differenzen 0 sind, ist die Lösung exakt. Vars – Stat – EQ – RegEQ zeigt immer die Gleichung.	
3	**Beispiel quadratisch exakt mit 3 Punkten** Auffinden einer Formel für $s_n=1+2+3+...+n$ n=1: $s_n=1$ n=2: $s_n=3$ n=3: $s_n=6$ in die Listen L1, L2 eingeben. Stat – Calc –Quadreg L1, L2, Y3 Liefert $y = 0{,}5x^2+0{,}5x = \frac{1}{2}x(x+1)$ $\Rightarrow s_n=\frac{1}{2}$...............	
4	**Eine Formel für:** $s_n=1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+...+n\cdot(n+1)$ CubicReg (ax^3+bx^2+cx+d)	
5	**LinReg (ax+b)** **Quadreg (ax^2+bx+c)** **CubicReg (ax^3+bx^2+cx+d)** **QuadReg ($ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$)** **LnReg (a+b ln(x))** **ExpReg (ab^x)** **PwrReg (ax^b)** **Logistic $c/(1+a*e^{-bx})$** **SinReg (a sin(bx+c))**	

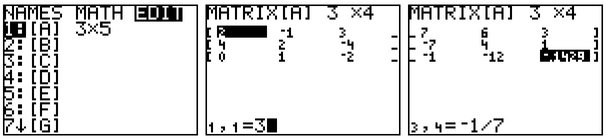
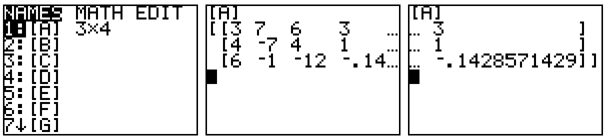
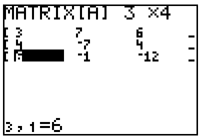
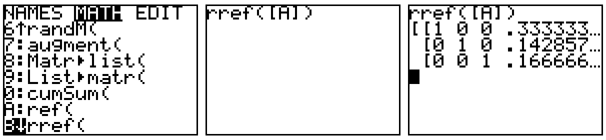
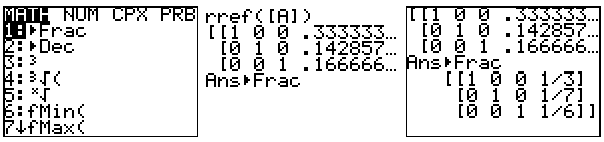
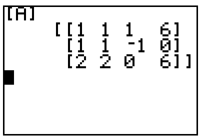
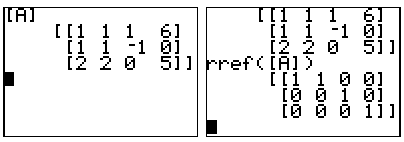
<table>
<tr>
<td>6</td>
<td>Tageslichtsstunden in Alaska 360 Tage
List – Ops -
seq(Term,Variable,Start,Ende[,Schrittweite])

StatPlot – Plot1 ..... Graph</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Stat – Calc – SinReg L1,L2,Y1

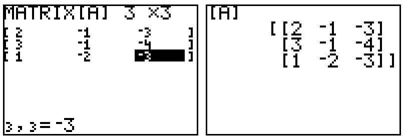
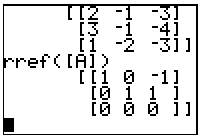
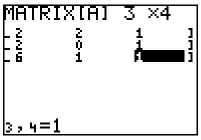
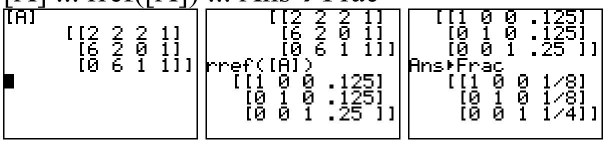
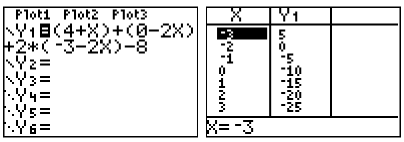
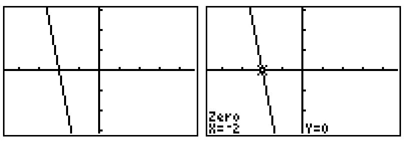
Periode = 2π/b
Wie groß sollte die Periode sein?</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>SinReg Iterationen,XListe, YListe, Periode, RegGleichung
Benutzt immer Sinus im Bogenmaß.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

1	**Ableitung an der Stelle x_0=1** Sekanten von der rechten Seite **Steigung der Sekante** (x_0=1, x_1=3)**:** $m = \frac{f(3)-f(1)}{3-1}$ **Gleichung der Sekante:** y = m(x-3)+f(1) **Steigung der Sekante** (x_0=1, x_1=2)**:** **Steigung der Sekante** (x_0=1, x_1=1,5)**:** **Steigung der Sekante** (x_0=1, x_1=1,1)**:**	
	Bezeichnungen Feste Stelle x_0=1; zweite Stelle x_1=1,01 $m_{x_0}(x_1) = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$	
	Von der linken Seite **Steigung der Sekante** (x_0=1, x_1=0,99)**:**	
	Gezoomt Zoom – ZBox – Richtungstasten - Enter **Ist die Sekante schon die Tangente???**	
2	**Die Differenzenquotientenfunktion** Feste Stelle x_0=1; zweite Stelle x=x_1 → x_0 Y6=m_1(x)=(x^2-1^2)/(x-1). Wo ist die Lücke? Y5=........ (gekürzt=ergänzte Funktion)? Wo ist jetzt die Lücke?	**Darstellung aller Sekantensteigungen** (x_0=1) 
3	**Ableitungsfunktion** Erste Stelle x_0=x variabel; Schrittweite 0,1 Zweite Stelle x_1=x+0,1, sollte gegen x stre- ben. Der Näherunsgwert mit der Schrittweite 0,1 reicht uns! Y2 = f ’(x)???	
4	**Der symmetrischer Differenzenquotient** Schrittweite 0,1 nach links und 0,1 nach rechts,also Intervalllänge 0,2.	
5	**Die eingebaute Ableitungsfunktion** Math – nDeriv Beispiel: f’(1)=nDeriv(Y1(X),X,1) (Term, Ableiten nach X, Stelle 1)	
6	**Die Ableitung von y=x³**	

11 Gleichungssysteme

1	**Ein lineares Gleichungssystem** 3x+7y+6z=3 4x-7y+4z=1 6x-y-12z=-1/7	
2	**Eingabe der Koeffizienten** (2nd) Matrix –Edit – 3 x 4 – (3 Gleich., 3 Unbekannte=4 Spalten) 3 7 6 3 4 -7 4 1 6 -1 -12 -1/7 Jedesmal Enter, dann (2nd) Quit.	
3	**Möglichkeit zur Kontrolle** (2nd) Matrix – Names [A] Richtungstasten nach rechts	
4	**Kontrolle und Änderungen** (2nd) Matrix – Edit - ... Richtungstasten	
5	**Gleichungssystem auflösen** (2nd) Matrix – Math – **rref(** (2nd) Matrix – Names – **[A] -)** *rref = row reduced echelon form* *reduzierte zeilengestaffelte Form.*	 ***Hinweis:*** *echelon [eschelon] =Staffel(aufstellung); staffeln*
6	**Umwandeln der Ergebnisse in Brüche** (bis Nenner 99) (2nd) Ans - Math – Frac	
7	**Ergebnis: 1 Lösung** $x=\frac{1}{3}; y=\frac{1}{7}; z=\frac{1}{6};$	
8	**Beispiel: Unendlich viele Lösungen** $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+y-z=0 \\ 2x+2y \quad =6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ \quad z=3 \quad \text{(GTR)} \\ 0 \quad =0 \end{cases}$ **Ergebnis**: Es gibt unendlich viele Lösungen: $\begin{cases} x=... \\ y=... \qquad \text{mit } k\in R \\ z=... \end{cases}$ Die Lösungen bilden eine **Gerade** mit der Parameterdarstellung: ...	
9	**Beispiel: Keine Lösung** $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+y-z=0 \\ 2x+2y \quad =5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ \quad z=0 \quad \text{(GTR)} \\ 0 \quad =1 \end{cases}$ **Ergebnis**: Das System hat keine Lösungen.	

12 Analytische Geometrie (Geraden/Ebenen)

1	**Zwei Geraden** g durch P(7|-2| 2); Q(9|1|3), h durch R(4|-6|-1); T(5|-5|1). Aufstellen der Parameterd. von g, h: ... Gleichsetzen und Gaussverfahren: $\begin{cases} 7+2k=4+l \\ -2+3k=-6+l \\ 2+k=-1+2l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k-l=-3 \\ 3k-l=-4 \\ k-2l=-3 \end{cases}$	Matrix – Edit – 3 x 3 (3 Gleich., 2 Unbekannte) Koeffizienten eingeben: 2 –1 –3 3 –1 –4 1 –2 –3 ... 
	$\Leftrightarrow \begin{cases} k=-1 \\ l=1 \\ 0=0 \end{cases}$ (GTR mit 3x3 Matrix). Das System hat 1 einzige Lösungen. k=-1 einsetzen in die Parameterdarstellung von g (oder l=1 in h): ... **Ergebnis**: g, h haben genau einen Schnittpunkt: S(5|-5|1)	Auflösen mit rref([A]) 
2	**Gerade/Ebene** E durch A(2|2|2); B(6|2|0); C(0|6|1); g durch P(4|0|-3); Q(5|-2|-5) **Ansatz Koordiantengleichung von E**: $\mathbf{ax_1+bx_2+cx_3=1}$ Punktproben liefern 3 Gleichungen: $\begin{cases} 2a+2b+2c=1 \\ 6a+2b+0c=1 \\ 0a+6b+1c=1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \quad a=\frac{1}{8}; b=\frac{1}{8}; c=\frac{1}{4}$ (GTR) **Ergebnis**: Eine Koordinatengleichung von E lautet: $\frac{1}{8}x_1+\frac{1}{8}x_2+\frac{1}{4}x_3=1$ $\Leftrightarrow x_1+x_2+2x_3-8=0$	Koordinatengleichung von E: Matrix – Edit – 3 x 4 (3 Gleich., 3 Unbekannte) 2 2 2 1 6 2 0 1 0 6 1 1 ...  [A] ... rref([A]) ... Ans→Frac 
	Parameterdarstellung von g: ... **Einsetzen in die Koordinatengl.**: (4+k)+(0-2k)+2(-3-2k)-8=0 ⇔ ... ⇔ k=-2 Oder: Auflösen mit GTR als Nullstelle von Y1=(4+X)+(0-2X)+2*(-3-2X)-8 Calc – Zero liefert: X=-2. **k=-2 einsetzen in die Param. von g**: ... **Ergebnis**: g, E haben genau einen Schnittpunkt : S(2|4|1)	 

<table>
<tr>
<td>3</td>
<td>Ebene/Ebene
E durch A(0|2|4); B(2|2|2); C(2|5|-4);
F durch P(4|3|0); Q(4|0|3); R(2|4|2);
Mit dem GTR kann man die Koordinatengleichungen bestimmen (siehe 2):
E: $x_1+2x_2+x_3-8=0$
F: $3x_1+2x_2+2x_3-18=0$</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Aus beiden Koordiantengleichungen entsteht ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen für 3 Unbekannte:

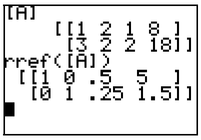
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8 \\ 3x_1+2x_2+2x_3=18 \end{cases}$$

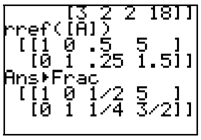
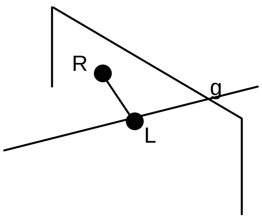
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+\frac{1}{2}x_3=5 \\ x_2+\frac{1}{4}x_3=\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{(GTR mit rref)}$$

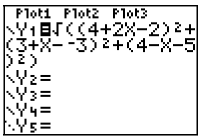
Es gibt unendlich viele Lösungen. Mit $x_3=4k$ für $k\in R$ erhält man alle Lösungen:

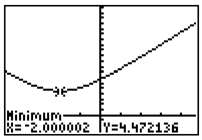
$$\begin{cases} x_1+2k=5 \\ x_2+k=\frac{3}{2} \\ x_3=4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=5-2k \\ x_2=\frac{3}{2}-k \\ x_3=4k \end{cases} \ \ldots$$

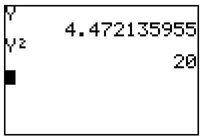
Ergebnis: Die gemeinsamen Punkte beider Ebenen bilden die Schnittgerade:

.... $(k\in R)$</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>Abstand und Lotebene vom Punkt R zur Geraden g

</td>
<td>R(2|-3|5); g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$

Ergebnis: L(0|1|5); d=$2\sqrt{5}$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Mit dem GTR
$d(t)=\sqrt{(4+2t-2)^2+(3+t+3)^2+(3-t-5)^2}$
ist der Abstand zwischen R und einem variablen Punkt von g. d(t)→∞ für t→±∞. Mit dem GTR kann man das Minimum bestimmen:
Y1=√((4+2X-2)²+(3+X+3)²+(3-X-5)²)
Calc–Minimum – Left, ... liefert:
Minimum X≈-2; Y=4,472136 (GTR)
Ergebnis: Den Abstand zwischen R und g erhält man für t≈-2 als d=4,472163 ≈ $\sqrt{20}$.</td>
<td>





Lotfußpunkt
t=-2 einsetzen in die Parameterd. von g
......

Ergebnis: Der Lotfußpunkt ist L(0|1|5).</td>
</tr>
</table>