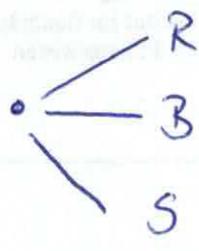
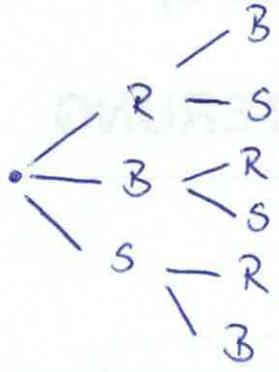
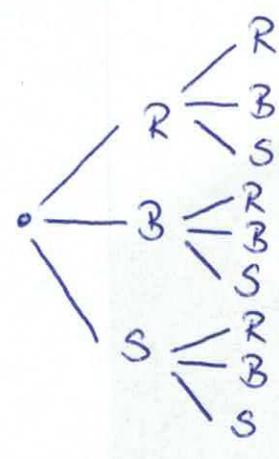


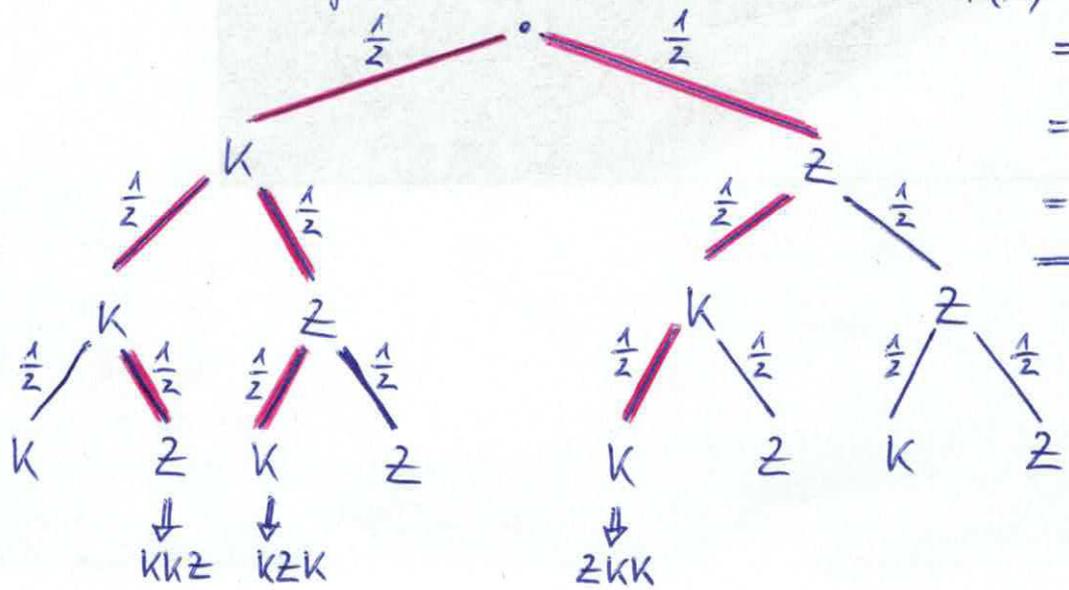
Aufgaben zur Stochastik (Wahrscheinlichkeitsrechnung)

1. Eine Urne enthält eine rote eine blaue und eine schwarze Kugel jeweils gleicher Art und Gewicht.
Zeichne für die folgenden Zufallsexperimente ein Baumdiagramm. Gib jeweils den Ergebnisraum Ω und seine Mächtigkeit $|\Omega|$ (die Anzahl seiner Elemente) an.
 - a) Herausnehmen einer Kugel
 - b) Zweimaliges Herausnehmen einer Kugel ohne Zurücklegen
 - c) Zweimaliges Herausnehmen einer Kugel mit Zurücklegen
2. Bei einem Zufallsexperiment wird eine 2 EURO-Münze dreimal nacheinander geworfen.
 - a) Stelle den Ergebnisraum Ω in einem Baumdiagramm dar und kennzeichne das Ereignis „Genau zweimal Kopf“ im Baumdiagramm.
 - b) Gib das Gegenereignis sowohl als Wahrscheinlichkeit als auch in Textform an.
 - c) Formuliere ein unmögliches Ereignis zu diesem Experiment in Worten.
3. Eine Urne enthält zwei weiße, zwei schwarze und eine rote Murmel.
Aus ihr werden
 - a) mit Zurücklegen drei Murmeln gezogen.
 - b) ohne zwischenzeitliches Zurücklegen drei Murmeln gezogen.Bestimme die Wahrscheinlichkeit im Fall a) und b) für folgendes Ereignis:
Es befinden sich mindestens zwei rote Murmeln unter den gezogenen Kugeln.
4. Julia würfelt gleichzeitig mit einem normalen Würfel und einem Tetraeder, dessen vier Seiten mit 1, 2, 3, und 4 beschriftet sind.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Augensumme 8?
5. Eine Urne enthält 15 Kugeln gleicher Art, die mit den Zahlen 1 bis 15 beschriftet sind. Eine Kugel wird zufällig gezogen, dabei werden folgende Ereignisse betrachtet:
 - A: „Die Zahl auf der Kugel ist eine Primzahl.“
 - B: „Die Zahl auf der Kugel ist durch 3 oder durch 5 teilbar (ohne Rest).“
 - C: „Die Zahl auf der Kugel ist durch 3 und durch 4 teilbar (ohne Rest).“
 - a) Gib die Wahrscheinlichkeit für diese drei Ereignisse an.
 - b) Gib das Gegenereignis zu B als Wahrscheinlichkeit an.
6. In einer Urne liegen vier gleiche Kugeln, beschriftet mit den Ziffern 1, 2, 3, 4.
In einem Zufallsexperiment zieht man nacheinander und ohne Zurücklegen zwei Kugeln, wobei das Produkt der beiden Ziffern notiert wird (beide Ziffern werden multipliziert).
 - a) Zeichne für das Zufallsexperiment ein Baumdiagramm.
Gib den Ergebnisraum Ω und seine Mächtigkeit $|\Omega|$ an.
 - b) Gib die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse an:
 - A: „Das Produkt beider Ziffern ergibt 6“.
 - B: „Das Produkt der beiden Ziffern ist höchstens gleich 3“
 - c) Gib das Gegenereignis zu B in Worten und die Wahrscheinlichkeit dafür an.
 - d) Gib für dieses Zufallsexperiment ein unmögliches Ereignis an.

Lösungen - Stochastik

① a)	Baumdiagramm	Ergebnisraum(Ω)	Anzahl an Elementen ($ \Omega $)
		$\Omega = \{R; B; S\}$	$ \Omega = 3$
b)		$\Omega = \{RB; RS; BR; BS; SR; SB\}$	$ \Omega = 3 \cdot 2 = 6$
c)		$\Omega = \{RR; RS; RB; BR; BS; BB; SR; SS; SB\}$	$ \Omega = 3 \cdot 3 = 9$

② a) Baumdiagramm



$$\begin{aligned}
 P(A) &= KKZ + KZK + ZKK \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\
 &= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \\
 &= \underline{\underline{\frac{3}{8}}}
 \end{aligned}$$

② b) A: „Genau zweimal Kopf.“

$$A = \{KKZ; KZK; ZKK\} \quad \text{„Ereignisraum“}$$

$$|A| = 3 \quad \text{„Anzahl an Elemente“}$$

Gegeneignis zu A:

\bar{A} : „Genau 3-mal, genau 1-mal oder keinmal Kopf.“

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$$

c) Unmögliches Ergebnis / Ereignis B

B : „Mindestens 4-mal Kopf.“

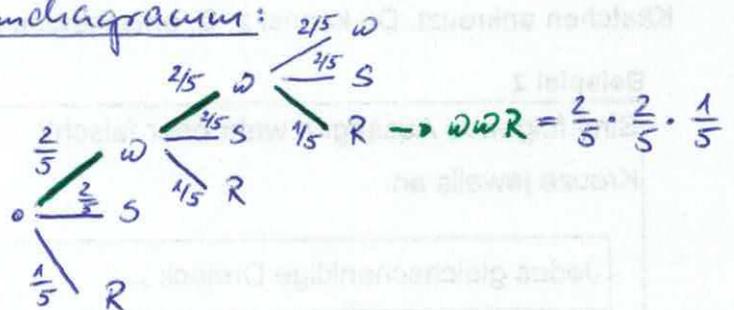
$$B = \emptyset$$

③ a) A: „Mindestens 2 rote Murmel.“

$$A = \{WRR; SRR; RSR; RWR; RRR; RRW; RRS\}$$

$$|A| = 7$$

Baumdiagramm:



$$P(A) = \underbrace{WRR + SRR + RSR + RWR + RRW + RRS}_{6 \text{ outcomes}} + RRR$$

$$P(A) = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot 6 + \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$P(A) = \frac{2}{125} \cdot 6 + \frac{1}{125}$$

$$P(A) = \frac{13}{125} = 0,104 = \underline{\underline{10,4\%}}$$

b) Unmögliches Ereignis, da nur 1 rote Murmel in der Urne.

$$A = \emptyset$$

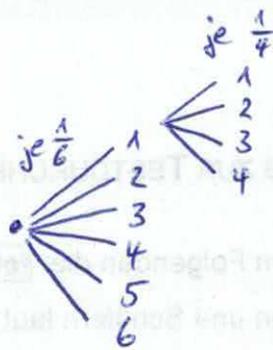
④ B: „Augensumme ist (genau) 8.“

$$B = \{44; 53; 62\}$$

$$|B| = 3$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 3 = \frac{1}{24} \cdot 3$$

$$P(B) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0,125 = \underline{\underline{12,5\%}}$$



⑤ a) $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\}$ $|A| = 6$

$$P(A) = \frac{1}{15} \cdot 6 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4 = \underline{\underline{40\%}}$$

$B = \{3; 5; 6; 9; 10; 12; 15\}$ $|B| = 7$

$$P(B) = \frac{1}{15} \cdot 7 = \frac{7}{15} = 0,4\bar{6} \approx \underline{\underline{46,7\%}}$$

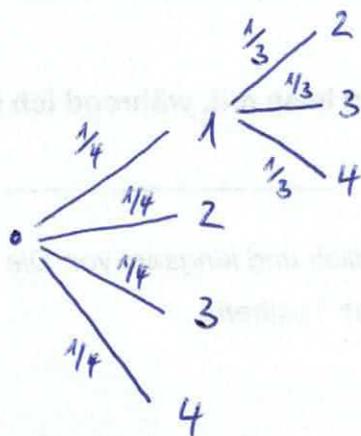
$C = \{12\}$ $|C| = 1$

$$P(C) = \frac{1}{15} \cdot 1 = 0,0\bar{6} \approx \underline{\underline{6,7\%}}$$

b) $\bar{B} = \{1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14\}$ $|\bar{B}| = 8$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \approx \underline{\underline{53,3\%}}$$

⑥ a) Baumdiagramm:



$$\Omega = \{1 \cdot 2; 1 \cdot 3; 1 \cdot 4; 2 \cdot 1; 2 \cdot 3; 2 \cdot 4; 3 \cdot 1; 3 \cdot 2; 3 \cdot 4; 4 \cdot 1; 4 \cdot 2; 4 \cdot 3\}$$

$$|\Omega| = 12 = 4 \cdot 3$$

Alle Ereignisse haben die gleiche Wahrscheinlichkeit mit $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

⑥ b) $A = \{2 \cdot 3; 3 \cdot 2\} \quad |A| = 2$

$$P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$$

$$P(A) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \approx \underline{\underline{16,7\%}}$$

$$B = \{1 \cdot 2; 1 \cdot 3; 2 \cdot 1; 3 \cdot 1\} \quad |B| = 4$$

$$P(B) = 4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3} \approx \underline{\underline{33,3\%}}$$

c) \bar{B} : „Das Produkt der beiden Ziffern ist mindestens gleich 4.“

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0,6\bar{6} \approx \underline{\underline{66,7\%}}$$

d) C : „Das Produkt ist genau 1.“

$$C = \emptyset$$

AUF DER NÄCHSTEN SEITE BEZIEHT SICH DIE ANLEITUNG ZUR TESTDURCHFÜHRUNG MIT DEN INSTRUKTIONEN DIE DEN SCHÜLER ERHEBEN UND SCHÜLER FOLGELIESEN WERDEN MÜSSEN