Rechnen mit Potenzen und Wurzeln

1 Wende Potenzgesetze zum Vereinfachen an.

a) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^2$ b) $12^3 \cdot 12^5 \cdot 12^2$ c) $x^3 \cdot x^2 \cdot x$ d) $p^4 \cdot q^6 \cdot p \cdot q^5$

e) $k^3 \cdot k^5 \cdot m^2 \cdot m^7$ f) $z^{p-1} \cdot z^{3p+4} \cdot z^{5p-8}$ g) $x^{m+2} \cdot x^{3m-4} \cdot x^{2m+3}$ h) x^{3+5}

i) 5^{m+n} k) z^{5k+3m} l) $\frac{12^{13}}{12^5}$ m) $\frac{k^{2m}}{k^3}$

n) $\frac{y^{6m}}{y^{3m}}$ o) $\frac{z^{k+3x}}{z^{k+2x}}$ p) $8^2 \cdot 3^2$ q) $\frac{24^3}{8^3}$

r) $y^k \cdot z^k$ s) $(-3)^4 \cdot (\frac{1}{3})^4$ t) $\frac{x^{n+1}}{y^{n+1}}$ u) $(-3)^{-2}$

v) $(\frac{1}{2})^{-3}$ w) $(\frac{3}{4})^{-2}$ x) $(\frac{2}{x+y})^{-2}$ y) $(4^2)^4$

z) $(y^{2a})^b$ α) $(x^{a+3})^b$ β) $(m^6n^5)^8$ γ) $\frac{(6a^6b^8)^4}{(3a^5b^2)^4}$

2 Vereinfache.

a) $1{,}2xy^5z \cdot (0{,}5x^2yz^5 - 0{,}8xy^2z^8 + 1{,}2xyz^7)$ b) $(x^4y^5 - x^3y^4 + x^5y^3) : (xy)^2$

c) $\frac{x^4 \cdot x^5}{8} : \frac{5}{2x^3b^3}$ d) $\left(\frac{5r-7s}{7c+2d}\right)^2 \cdot \left(\frac{21c+6d}{5r-7s}\right)^2$

e) $\left(\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^4$ f) $\frac{2x^4 \cdot 5x^6}{4y^9} : \frac{5x^2 \cdot 4x^3}{8y^8}$

g) $\frac{(2a^0b^4)^3 \bullet (5r^2b^3)^3}{(2rb^5)^3}$ h) $\frac{y^{3n-5}}{x^{n+3}} \bullet \frac{x^{2n+5}}{y^{2n-4}}$

3 Schreibe mit positiven Exponenten und berechne, wenn möglich.

a) 2^{-3} b) $(\frac{1}{2})^{-5}$ c) $(-1)^{-9}$ d) 10^{-7}

4 Vereinfache und wandle das Ergebnis wieder in eine Wurzel um (falls möglich).

a) $\sqrt{\sqrt{a^8}}$ b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}}$ c) $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{8}{15}}$ d) $\sqrt[5]{y^2} \cdot \sqrt[6]{y^5} \cdot \sqrt[3]{y^2}$ e) $\sqrt[4]{(a+c)^3} \cdot \sqrt[4]{(a+c)^9}$ f) $\sqrt[3]{2m} : \sqrt[3]{6m}$

5 Was gehört zusammen? Markiere mit der gleichen Farbe.

$\frac{1}{3^{-2}} \cdot 3^{-1}$	$\frac{2}{21xy^2} : \frac{2x}{7x^2y^2}$	1	$\sqrt{\frac{1}{64}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$	$\frac{1}{16}$
$\left(-\frac{1}{2}\right)^4$	$\frac{-24^{-2}}{\left(-\frac{1}{24}\right)^2}$	$\frac{5}{2}x \cdot 0{,}4x^{-1}$	$\sqrt[3]{27^{-1}}$	$\sqrt{\sqrt{81}}$
-1	3	$\frac{a^2bc}{-ac} \cdot (ab)^{-1}$	$\frac{1}{3}$	$(-1)^4 \cdot (-3)^0$

6 Berechne ohne GTR.

a) $\left(\sqrt{144}\right)^2 =$ _____ **c)** $-\sqrt{3{,}5^2} =$ _____ **e)** $\left(3\sqrt{2}\right)^2 =$ _____ **g)** $\left(-2\sqrt{7}\right)^2 =$ _____

b) $-\left(\sqrt{21}\right)^2 =$ _____ **d)** $\sqrt{\sqrt{81}} =$ _____ **f)** $\sqrt{\sqrt{\frac{1}{16}}} =$ _____ **h)** $\sqrt{\sqrt{(-9)^2}} =$ _____

Lösungen:

zu 1.

a) 3^{11} b) 12^{10} c) x^6 d) p^5q^{11}
e) k^8m^9 f) z^{9p-5} g) x^{6m+1} h) $x^3 \cdot x^5$
l) $5^m \cdot 5^n$ k) $z^{5k} \cdot z^{3m}$ l) 12^8 m) k^{2m-3}
n) y^{3m} o) z^x p) $24^2 = 576$ q) $3^3 = 27$
r) $(yz)^k$ s) $(-1)^4 = 1$ t) $\left(\frac{x}{y}\right)^{n+1}$ u) $\frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$
v) $2^3 = 8$ w) $\frac{16}{9}$ x) $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$ y) 4^8
z) y^{2ab} α) x^{ab+3b} β) $m^{48}n^{40}$ γ) $16a^4b^{24}$

zu 2.

a) $1{,}2xy^5z \cdot (0{,}5x^2yz^5 - 0{,}8xy^2z^8 + 1{,}2xyz^7)$
$= 0{,}6x^3y^6z^6 - 0{,}96x^2y^7z^9 + 1{,}44x^2y^6z^8$

b) $(x^4y^5 - x^3y^4 + x^5y^3) : (xy)^2$
$= x^2y^3 - xy^2 + x^3y$

c) $\frac{x^4 \cdot x^5}{8} : \frac{5}{2x^3b^3}$
$= \frac{b^3x^{12}}{20}$

d) $\left(\frac{5r-7s}{7c+2d}\right)^2 \cdot \left(\frac{21c+6d}{5r-7s}\right)^2$
$= 9$

e) $\left(\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^4$
$= \frac{400}{49}$

f) $\frac{2x^4 \cdot 5x^6}{4y^9} : \frac{5x^2 \cdot 4x^3}{8y^8}$
$= \frac{x^5}{y}$

g) $\frac{(2a^0b^4)^3 \bullet (5r^2b^3)^3}{(2rb^5)^3} = \frac{(2^3 \bullet 1 \bullet b^{12}) \bullet (5^3 \bullet r^6 \bullet b^9)}{(2^3 \bullet r^3 \bullet b^{15})}$
$= \frac{125 \bullet b^{12+9} \bullet r^6}{r^3 \bullet b^{15}}$

h) $\frac{y^{3n-5}}{x^{n+3}} \bullet \frac{x^{2n+5}}{y^{2n-4}} = y^{3n-5-(2n-4)} \bullet x^{2n+5-(n+3)} =$
$y^{3n-2n-5+4} \bullet x^{2n-n+5-3} = y^{n-1} \bullet x^{n+2}$

zu 3.

a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \mathbf{\frac{1}{8}}$ b) $(\frac{1}{2})^{-5} = \frac{1^{-5}}{2^{-5}} = \frac{2^5}{1^5} = \mathbf{32}$ c) $(-1)^{-9} = \mathbf{-1}$ d) $10^{-7} = \mathbf{\frac{1}{10^7}} = (\frac{1}{10000000})$

zu 4.

a) a^2 b) $\sqrt[12]{2}$ c) $\sqrt[5]{a^2}$ d) $y^{\frac{19}{10}} = \sqrt[10]{y^{19}}$ e) $(a+c)^3$ f) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

zu 5.

$\frac{1}{3^{-2}} \cdot 3^{-1}$	$\frac{2}{21xy^2} : \frac{2x}{7x^2y^2}$	1	$\sqrt{\frac{1}{64}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$	$\frac{1}{16}$
$\left(-\frac{1}{2}\right)^4$	$\frac{-24^{-2}}{\left(-\frac{1}{24}\right)^2}$	$\frac{5}{2}x \cdot 0{,}4x^{-1}$	$\sqrt[3]{27^{-1}}$	$\sqrt{\sqrt{81}}$
-1	3	$\frac{a^2bc}{-ac} \cdot (ab)^{-1}$	$\frac{1}{3}$	$(-1)^4 \cdot (-3)^0$

zu 6.

a) 144 c) -3,5 e) 18 g) 28
b) -21 d) 3 f) 0,5 h) 3