

Arbeitsblatt zu den Quadratwurzeln

Definition der Quadratwurzel:

Das Ziehen der Quadratwurzel ist die Umkehroperation des Quadrierens. Gesucht ist also die positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert die Zahl unter dem Wurzelzeichen ergibt.

$$\sqrt{a} = x \quad ; \quad \text{mit } a; x \geq 0$$

Aufgabe 1: Berechne die Wurzel im Kopf, wenn es sie gibt.

- a) $\sqrt{49}$ d) $\sqrt{81}$ g) $\sqrt{-64}$ j) $\sqrt{1}$ m) $\sqrt{169}$
 b) $\sqrt{225}$ e) $\sqrt{0}$ h) $\sqrt{289}$ k) $\sqrt{-196}$ n) $\sqrt{576}$
 c) $\sqrt{144}$ f) $\sqrt{484}$ i) $\sqrt{121}$ l) $\sqrt{361}$ o) $\sqrt{-900}$

Aufgabe 2: Berechne die Wurzel im Kopf, wenn es sie gibt.

- a) $\sqrt{0,25}$ e) $\sqrt{2,56}$ i) $\sqrt{0,0049}$
 b) $\sqrt{0,16}$ f) $\sqrt{6,25}$ j) $\sqrt{0,0004}$
 c) $\sqrt{0,01}$ g) $\sqrt{-3,24}$ k) $\sqrt{0,0576}$
 d) $\sqrt{0,09}$ h) $\sqrt{0,0225}$ l) $\sqrt{0,0289}$

Unterschied zwischen Gleichung und Zahl:

$\sqrt{7}$ ist eine Zahl, die immer positiv ist: $\sqrt{7} \approx 2,646$
 $x^2 = 7$ ist eine Gleichung. $x^2 = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{7}$
 $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{7}$

$$L = \{-\sqrt{7}; +\sqrt{7}\}$$

Merke: $\sqrt{a^2} = \sqrt{a \cdot a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a \quad ; \quad \text{mit } a \geq 0$

Aufgabe 3: Bestimme ohne Taschenrechner.

- a) $(\sqrt{125})^2$ d) $(\sqrt{\frac{1}{168}})^2$ g) $-\sqrt{17,5^2}$
 b) $(\sqrt{0,0016})^2$ e) $\sqrt{325^2}$ h) $\sqrt{(-\frac{25}{144})^2}$
 c) $(-\sqrt{33})^2$ f) $\sqrt{17,5^2}$ i) $(\sqrt{2})^2$

Aufgabe 4: Bestimme die Lösungsmenge

- a) $x^2 = 1600$ b) $x^2 = -256$ c) $x^2 = 3$
 d) $x^2 = 0$ e) $x^2 = 196$ f) $x^2 = 625$

Wurzelgesetze: (W1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad ; \quad \text{mit } a; b \geq 0$

$$(W2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad ; \quad \text{mit } a \geq 0 \text{ und } b > 0$$

Aufgabe 5: Berechne mit Hilfe des Wurzelgesetzes (W1)

- b) $\sqrt{36 \cdot 16}$ e) $\sqrt{0,16 \cdot 49}$ h) $\sqrt{(-4) \cdot (-16)}$
 c) $\sqrt{64 \cdot 225}$ f) $\sqrt{0,81 \cdot 121}$ i) $\sqrt{(-36) \cdot (-81)}$

Aufgabe 6: Zerlege zuerst in kleine Quadratzahlen

Bsp.: $\sqrt{576} = \sqrt{2 \cdot 288} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 144} = \sqrt{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{144} = 2 \cdot 12 = 24$

- a) $\sqrt{676}$ c) $\sqrt{1521}$ e) $\sqrt{1089}$ g) $\sqrt{2025}$
 b) $\sqrt{1296}$ d) $\sqrt{6084}$ f) $\sqrt{1764}$ h) $\sqrt{784}$

Aufgabe 7: Berechne mit Hilfe des Wurzelgesetzes (W2)

Beispiel:

- a) $\sqrt{20} : \sqrt{5}$ $\sqrt{125} : \sqrt{5} = \sqrt{125 : 5}$
 b) $\sqrt{75} : \sqrt{3}$ $= \sqrt{25}$
 c) $\sqrt{360} : \sqrt{10}$ $= 5$

Aufgabe 8: Berechne mit Hilfe des Wurzelgesetzes (W2)

Beispiel:

- a) $\sqrt{\frac{49}{9}}$ c) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5} = 0,4$
 b) $\sqrt{\frac{625}{4}}$ d) $\sqrt{\frac{1,44}{25}}$

Aufgabe 9: Vereinfache durch teilweises Wurzelziehen.

Bsp.: $\sqrt{360} = \sqrt{36 \cdot 10} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{10} = 6 \cdot \sqrt{10}$

- a) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{72}$ e) $\sqrt{125}$ g) $\sqrt{360}$ i) $\sqrt{720}$
 b) $\sqrt{32}$ d) $\sqrt{180}$ f) $\sqrt{192}$ h) $\sqrt{525}$ j) $\sqrt{980}$

Aufgabe 10: Bringe den Vorfaktor unter das Wurzelzeichen.

Bsp.: $2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$

- a) $2 \cdot \sqrt{17}$ c) $0,5 \cdot \sqrt{28}$ e) $\frac{11}{6} \cdot \sqrt{\frac{6}{11}}$ g) $10 \cdot \sqrt{17,33}$
 b) $7 \cdot \sqrt{10}$ d) $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{11}$ f) $2 \cdot \sqrt{3,25}$ h) $2,5 \cdot \sqrt{\frac{1}{50}}$

Aufgabe 11: Vereinfache durch Zusammenfassen gleichartiger Glieder.

- a) $3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$ d) $3,5\sqrt{6} - 1,4\sqrt{6}$
 b) $5\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$ e) $\frac{3}{4}\sqrt{7} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$
 c) $6\sqrt{5} - \sqrt{5}$ f) $\frac{5}{6}\sqrt{2} - \frac{7}{8}\sqrt{2}$

Aufgabe 12: Vereinfache wie im Beispiel das im Kasten steht.

Beispiel:

- a) $\sqrt{2} + \sqrt{32}$ d) $3\sqrt{2} - 2\sqrt{8}$
 b) $\sqrt{27} - \sqrt{3}$ e) $6\sqrt{3} + \sqrt{12}$
 c) $\sqrt{45} - \sqrt{20}$ f) $-8\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} + \sqrt{147} \\ &= \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{49 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

Aufgabe 13: Beseitigen von Wurzeln im Nenner:

Bsp.: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}$

- a) $\frac{7}{\sqrt{30}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$ e) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{20}}{\sqrt{2}}$
 b) $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ d) $\frac{1 + \sqrt{20}}{\sqrt{20}}$ f) $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

Der Wurzelterm: Ein Term ist eine Gleichung mit einer Variablen (meistens „x“).
 Steht der Term unter der Wurzel, so wird er „Wurzelterm“ genannt.

Definitionsmenge von Wurzeltermen:

Da der Radikant (Zahl unter der Wurzel) immer größer oder gleich Null sein muss,

$$\sqrt{a} = x \quad ; \quad \text{mit } a; x \geq 0$$

darf der Term unter der Wurzel nicht kleiner als Null werden.

Beispiel:

$$\begin{aligned} & \sqrt{25(x+3)^2}, \quad D = \mathbb{R} \\ &= \sqrt{(5(x+3))^2} \\ &= |5(x+3)| \\ &= 5|x+3|, \quad \text{da } 5 > 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 14: Bestimme die Definitionsmenge des Wurzelterms.

- a) $\sqrt{x+5}$ d) $\sqrt{7+p}$ g) $\sqrt{2x+18}$
 b) $\sqrt{a-3}$ e) $\sqrt{4+2x}$ h) $\sqrt{\frac{3}{4}x-18}$
 c) $\sqrt{5-a}$ f) $\sqrt{7-5x}$ i) $\sqrt{3v+7-8v}$

LÖSUNGEN:

Aufgabe 1:

- a) 7 d) 9 g) keine Lg. j) 1 m) 13
 b) 15 e) 0 h) 17 k) keine Lg. n) 24
 c) 12 f) 22 i) 11 l) 19 o) keine Lg.

Aufgabe 2:

- a) 0,5 e) 1,6 i) 0,07
 b) 0,4 f) 2,5 j) 0,02
 c) 0,1 g) keine Lg. k) 0,24
 d) 0,3 h) 0,15 l) 0,17

Aufgabe 3:

- a) 125 d) 1/168 g) -17,5
 b) 0,0016 e) 325 h) 25/144
 c) 33 f) 17,5 i) 2

Aufgabe 4:

- a) ± 40 b) keine Lg. c) $\pm \sqrt{3}$
 d) 0 e) ± 14 f) ± 25

Aufgabe 5:

- b) 24 e) 14/5=2,8 h) 8
 c) 120 f) 99/10=9,9 i) 54

Aufgabe 6:

- a) 26 c) 39 e) 33 g) 45
 b) 36 d) 78 f) 42 h) 28

Aufgabe 7:

- a) 2 b) 5 c) 6

Aufgabe 8:

- a) 7/3=2,3 b) 25/2=12,5 c) 5/2=2,5 d) 6/25=0,24

Aufgabe 9:

- a) $2\sqrt{3}$ c) $6\sqrt{2}$ e) $5\sqrt{5}$ g) $6\sqrt{10}$ i) $12\sqrt{5}$
 b) $4\sqrt{2}$ d) $6\sqrt{5}$ f) $8\sqrt{3}$ h) $5\sqrt{21}$ j) $14\sqrt{5}$

Aufgabe 10:

- a) $\sqrt{68}$ c) $\sqrt{7}$ e) $\sqrt{\frac{11}{6}}$ g) $\sqrt{1733}$
 b) $\sqrt{490}$ d) $\sqrt{\frac{99}{16}}$ f) $\sqrt{13}$ h) $\sqrt{\frac{1}{8}}$

Aufgabe 11:

- a) $11\sqrt{5}$ b) $-4\sqrt{7}$ c) $5\sqrt{5}$
 d) $2,1\sqrt{6}$ e) $\frac{5}{4}\sqrt{7}$ f) $-\frac{1}{24}\sqrt{2}$

Aufgabe 12:

- a) $5\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{5}$
d) $-\sqrt{2}$ e) $8\sqrt{3}$ f) $-2\sqrt{5}$

Aufgabe 13:

- a) $\frac{7}{30}\sqrt{30}$ b) $\frac{1}{18}\sqrt{6}$ c) $\frac{1}{10}\sqrt{20}$
d) $\frac{\sqrt{20}+20}{20}$ e) $\sqrt{5} - \sqrt{10}$ f) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

Aufgabe 14:

- a) $x \geq -5$ d) $p \geq -7$ g) $x \geq -9$
b) $a \geq 3$ e) $x \geq -2$ h) $x \geq 24$
c) $a \leq 5$ f) $x \leq 7/5$ i) $v \leq 7/5$